

Przykładowy Egzamin z Matematyki, Semestr I

1)

- a) Czy liczba $z = -5 + 4i$ należy do zbioru $A = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 3\}$?
- b) Czy wśród rozwiązań równania $z^2 + (1 + 2i)z + i - 1 = 0$ jest liczba rzeczywista ?
- c) Jeżeli $z = \frac{1}{2i-3}$ to $\frac{\bar{z}}{z} = \dots\dots\dots$

2) Dana jest funkcja $f(x) = \frac{x}{2-\ln x}$. Wówczas

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \dots\dots\dots$
- b) czy dziedziną funkcji jest przedział $(0, +\infty) \setminus \{2\}$?
- c) czy $4f'(1) - 2f'(e) = -1$?

3) Niech dany będzie układ $\begin{cases} -x + \alpha y = 1 \\ x + z = 0 \\ -\alpha x + y = 1 \end{cases}$ z parametrem $\alpha \in \mathbb{R}$. Wówczas

- a) Czy układ ten MOŻE być sprzeczny ?
- b) Czy rząd macierzy głównej tego układu jest równy 3 dla każdego $\alpha \in \mathbb{R}$?
- c) Wyznacznik macierzy współczynników układu wynosi $\dots\dots\dots$

4) Jeżeli $a_n = \frac{n}{n+3}$, to

- a) czy $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{na_n}{2n^2 + 1} \right) = 0$?
- b) czy ciąg (a_n) jest rosnący ?
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)^n = \dots\dots\dots$

5)

- a) Czy dodawanie macierzy jest ZAWSZE możliwe ?
- b) Czy $AI = IA$, gdzie I jest macierzą jednostkową, a mnożenie macierzy jest wykonalne ?
- c) Jeżeli $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ to $A^2 = \dots\dots\dots$

6) Obliczyć pochodne funkcji

- a) $\arctg \frac{f(x)}{g(x)}$
- b) $f(x) = \sin^5(\ln \sqrt{x})$
- c) $f(x) = \operatorname{tg}(x^x)$

7)

- a) Czy jeśli funkcja jest ciągła w punkcie to jest w nim zawsze różniczkowalna ?
- b) Czy jeśli funkcja jest różniczkowalna w punkcie to jest w nim zawsze ciągła ?
- c) naszkicuj wykres funkcji, która ma minimum lokalne w punkcie nieciągłości.

8)

- a) Dane są symbole: $\ln(\infty)$, $\frac{\operatorname{arccctg}(\infty)}{\ln(1^+)}$, $(\sin(\pi^+))^{\cos \pi}$. Czy WSZYSTKIE są symbolami nieoznaczonymi ?
- b) Czy $\lim_{x \rightarrow 1^-} \exp \frac{1}{x-1} = -\infty$?
- c) Naszkicować wykres funkcji, takiej że $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f'(x) < 0$ dla $x \in (0, 5)$, $f''(x) < 0$ dla $x \in (-\infty, 0)$, $x_{\text{pp}} = 2$.

9)

- a) Obliczyć $\log_2 \left(\log_{\sqrt{3}} (\ln(e^3))^2 \right) = \dots\dots\dots$
- b) Rozwiązać nierówność $\log_{0,25} (6 - 4x) \leq -3$
- c) Naszkicować wykres funkcji $f(x) = e^{|x|} - 1$

10)

- a) Obliczyć $\cos \left(\frac{48}{3} \pi \right) - \sin \left(\frac{37}{6} \pi \right) + \operatorname{tg} \left(\frac{13}{4} \pi \right) = \dots\dots\dots$
- b) Obliczyć $\arccos \left(-\frac{1}{2} \right) - \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \operatorname{arctg}(-1) = \dots\dots\dots$
- c) Naszkicować wykres funkcji $f(x) = \operatorname{arctg}|x|$